SEMESTRAL

UNI

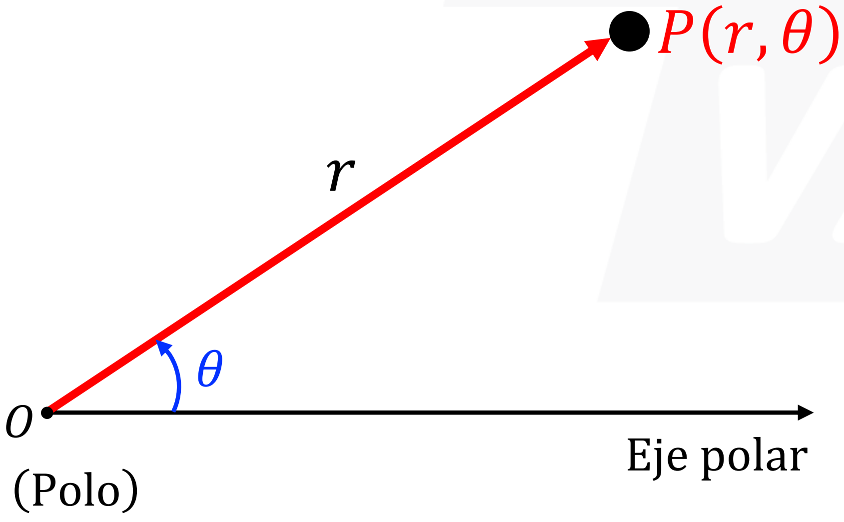
TRIGONOMETRÍA

Tema: Coordenadas polares

academiacesarvallejo.edu.pe

Coordenadas polares

Para localizar un punto en coordenadas polares, se fija un punto O, denominado polo (origen), y a partir de este se traza un rayo horizontal a la derecha, al cuál se le denomina eje polar. En consecuencia la representación polar de un punto es (r, θ)



Donde

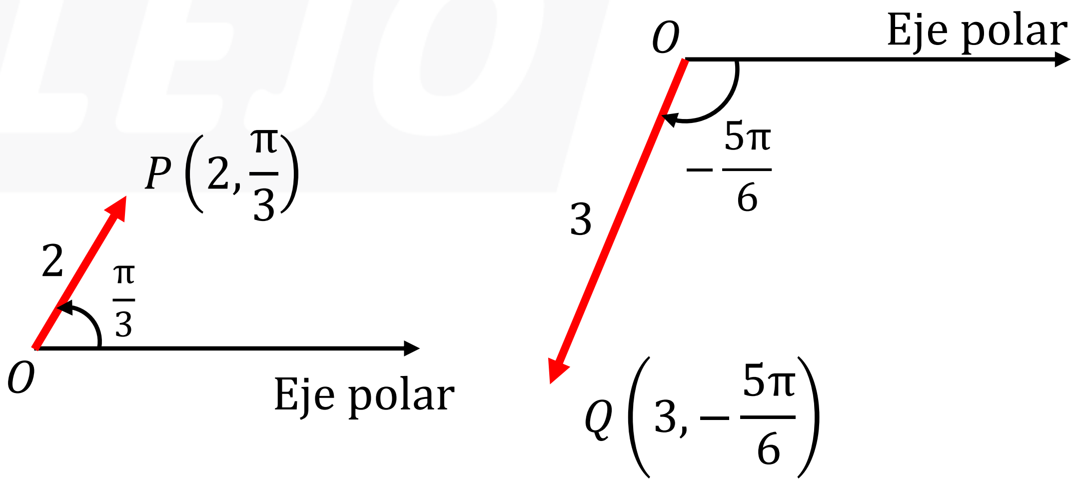
Al par (r, θ) se denomina coordenadas polares de P y se denota $P(r, \theta)$

θ: se le denomina ángulo polar
(medido en sentido horario o antihorario)

r: distancia dirigida del polo al punto P

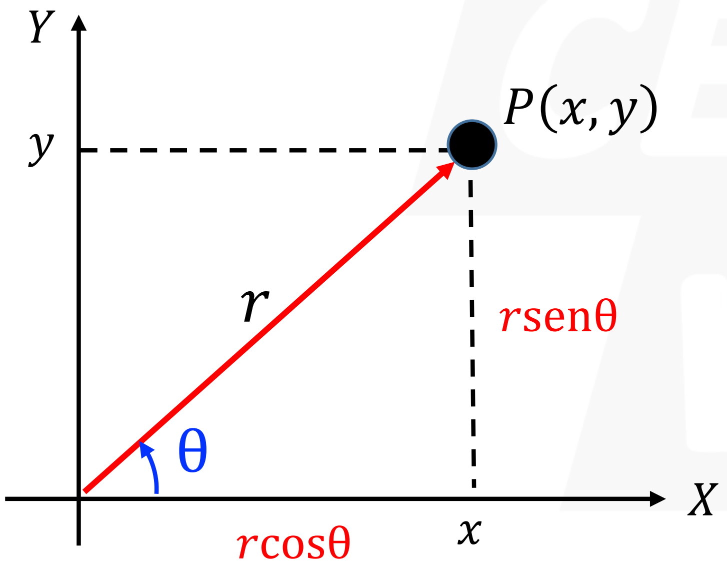
Ejemplos

Represente en el plano polar $P\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ *y* $Q\left(3, -\frac{5\pi}{6}\right)$



Relación entre coordenadas rectangulares y polares

Para relacionar el sistema Rectangular y Polar, hacemos coincidir el eje polar con el eje X positivo y el Polo con el origen de coordenadas



Entonces :

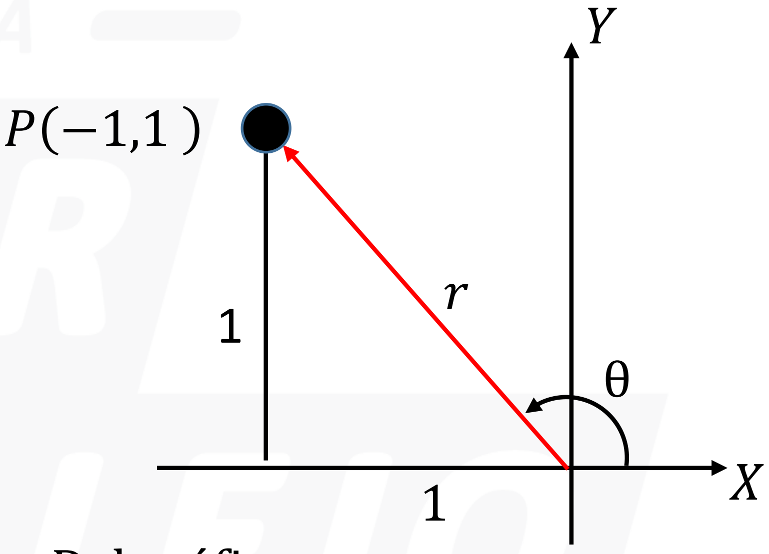
$x = r\cos\theta$ $\qquad r^2 = x^2 + y^2$

$y = r\,\text{sen}\theta$

Problema

Halle las coordenadas polares del punto $P(-1{,}1)$

Resolución



Del gráfico

$r^2 = x^2 + y^2$

$r = \sqrt{2}$ $\qquad \theta = \dfrac{3\pi}{4} rad$

$\therefore P = (r, \theta) = \left(\sqrt{2}, \dfrac{3\pi}{4}\right)$

Problema

Calcule la ecuación polar de la elipse cuya ecuación cartesiana es $9x^2+4y^2-36=0$.

A) $r^2=\dfrac{36}{12+5\cos 2\theta}$

B) $r^2=\dfrac{72}{13+5\cos 2\theta}$

C) $r^2=\dfrac{18}{13+5\cos 2\theta}$

D) $r^2=\dfrac{72}{5+13\cos 2\theta}$

E) $r^2=\dfrac{36}{13+5\cos 2\theta}$

Resolución

$$9x^2+4y^2-36=0$$

$$9(rcos\theta)^2+4(rsen\theta)^2=36$$

$$r^2=\frac{36}{9\,cos^2\theta+4\,sen^2\theta}$$

$$r^2=\frac{72}{9(2\,cos^2\theta)+4(2\,sen^2\theta)}$$

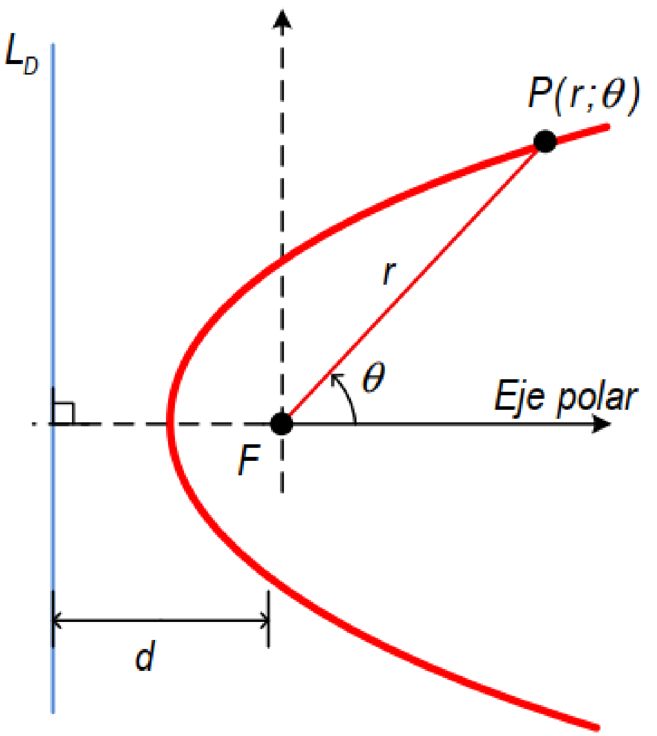
$$r^2=\frac{72}{9(1+cos2\theta)+4(1-cos2\theta)}$$

$$r^2=\frac{72}{13+5cos2\theta}$$

Ecuación polar de las cónicas

CÓNICA CON EJE FOCAL PARALELO AL EJE POLAR

La ecuación polar de una cónica tiene una forma simple cuando uno de sus focos esta en el POLO y el eje focal coincide con el eje POLAR



La ecuación polar es

$$r = \frac{ed}{1 \pm e\cos\theta}$$

e : *Excentricidad de la cónica*

$0 < e < 1$: *Elipse*

$e = 1$: *Parábola*

$e > 1$: *Hipérbola* :

d : *Distancia del foco a la recta directriz* (L_D)

En la ecuación polar, el signo es $(+ \; o \; -)$ si la recta directriz está a la derecha o izquierda del foco respectivamente

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Problema

Grafique la cónica de ecuación polar

$$r = \frac{12}{3 - \cos\theta}$$

Resolución

Dato:

$$r = \frac{12}{3 - \cos\theta} = \frac{4}{1 - \frac{1}{3}\cos\theta} \ldots (I)$$

Comparamos con :

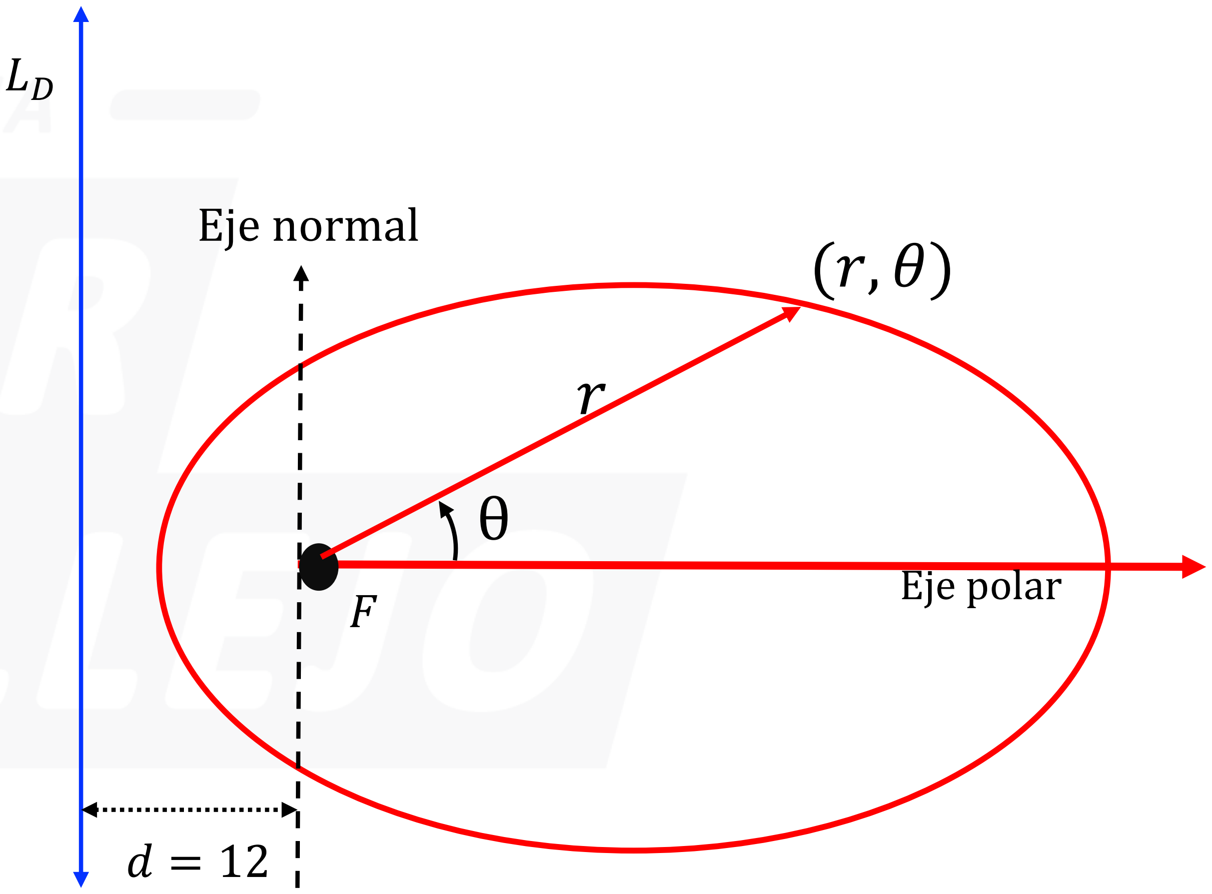
$$r = \frac{ed}{1 - e\cos\theta} \ldots (II)$$

De (I) y (II) Identificando:

$$e = \frac{1}{3} \quad \text{(Elipse)}$$

$$ed = 4 \qquad \Rightarrow d = 12$$

Graficamos



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe